Journées Équations aux dérivées partielles

Franz Ebersoldt

Sur les équations de transport et leurs valeurs propres

Journées Équations aux dérivées partielles (1978), p. 1

<http://www.numdam.org/item?id=JEDP_1978____A6_0>

Conférence n° 6

SUR LES EQUATIONS DE TRANSPORT ET LEURS VALEURS PROPRES

par F. EBERSOLDT

On considère des équations du type

$$(*) \qquad (A-B)f = \lambda Cf , \qquad f \in \mathcal{D} \subset L_p(G) , \quad p \geq 1$$

où $[Af](x,w,E) = \langle w, \nabla_x f(x,w,E)\rangle + a(x,w,E)f(x,w,E)$, $\mathcal{D}(A) = \mathcal{D}$

$B : L_p(G) \rightarrow L_p(G)$ linéaire, borné,

$[Cf](x,w,E) = \int_G c(x',x,w',w,E',E)f(x',w',E')dx'dw'dE'$, $\mathcal{D}(C) = L_p(G)$

C opérateur intégral du type Hille-Tamarkin .

$\mathcal{D} = \{f \in L_p(G) |$ 1) $\langle w, \nabla_x f\rangle$ $\exists$ p.p. en G ,

2) $\langle w, \nabla_x f\rangle \in L_p(G)$

3) condition aux limites homogène $\}$

$x \in D$ fini, convexe $\subset \mathbb{R}^3$,
$w \in \Omega = \{w \in \mathbb{R}^3 |\ |w| = 1\}$,
$E \in [E_{min} , E_{max}] \subset \mathbb{R}^1$; $G := D \times \Omega \times [E_{min}, E_{max}]$

Si $a(x,w,E)$, B, C possèdent certaines propriétés de positivité et $\|A^{-1}B\| < 1$, on prouve entre autres :

Théorème : 1) (*) possède une seule solution propre non négative f_o.

2) f_o est même positif presque partout.

3) la valeur propre associée λ_o est simple , positive, minimale ($\lambda_o < |\lambda|$, $\forall \lambda \in \{$val.prop.$\}$) .

4) f_o, λ_o peuvent être déterminées par un procédé d'itération.

Ces résultats sont à publier. Certains détails ont été déjà publiés dans le rapport n° JÜl-971-MA, 1973, Kernforschungsanlage Jülich, R.F.A. sous le titre : „Über Eigenschaften bestimmter Integro-Differential-Gleichungen vom Boltzmann-Typ bei Behandlung in Lebesgue-Räumen."