Institut Fourier — Université de Grenoble I

Actes du séminaire de

Théorie spectrale et géométrie

Leonid POTYAGAILO

Non-cohérence de certains reseaux non-uniformes dans le groupe des isométries de l'espace hyperbolique

Volume 25 (2006-2007), p. 177-178.

<http://tsg.cedram.org/item?id=TSG_2006-2007__25__177_0>

Séminaire de théorie spectrale et géométrie
GRENOBLE
Volume 25 (2006-2007) 177-178

NON-COHÉRENCE DE CERTAINS RESEAUX NON-UNIFORMES DANS LE GROUPE DES ISOMÉTRIES DE L'ESPACE HYPERBOLIQUE

Leonid Potyagailo

C'est un travail commun de M. Kapovich, L. Potyagailo et E. Vinberg. Rappelons qu'un groupe est cohérent si tout son sous-groupe de type fini est de présentation finie. Par exemple les groupes des surfaces et les groupes libres sont cohérents. D'après un fameux théorème de P. Scott ('74) les groupes fondamentaux des 3-variétés sont aussi cohérents. Par contre il y a des groupes hyperboliques à la Gromov qui ne sont pas cohérents, le premier exemple de ce type est du a E. Rips('81) bien que sa construction n'est pas réalisable dans l'espace hyperbolique (en tout cas jusqu'à présent). Le premier exemple d'un groupe géométriquement fini non-cohérent en espace hyperbolique de dimension 4 a été construit par M. Kapovich et L. Potyagailo ('91). Plus tard B. Bowditch et G. Mess ont donné un exemple d'un réseau co-compacte (uniforme) non-cohérent en dimension 4. Le problème si tous les reseaux en dimension > 3 ne sont pas cohérents reste toujours ouvert. Un réseau de co-volume fini mais pas co-compact est dit non-uniforme. Rappelons que tout réseau non-uniforme est arithmétique **si** et seulement s'il est commensurable au groupe $O(f, Z)$ des matrices à coefficients dans Z préservant la forme quadratique f de signature $(n, 1)$ et $n > 3$. Le but de mon exposé était de présenter les théorèmes suivants :

THÉORÈME 0.1 ([3]). — *Tout réseau arithmétique non-uniforme dans l'espace hyperbolique de dimension $n > 5$ est non-cohérent.*

THÉORÈME 0.2 ([3]). — *Pour tout $n > 3$ dans l'espace l'espace hyperbolique de dimension n il existe une série infinie de réseaux non-commensurables et non-cohérents qui peuvent tous être arithmétiques ou non ; uniformes ou non-uniformes.*

Classification math. : 22E40, 20F65.

Remarque 0.3 (un progrès récent). — Dans [2] Ian Agol a démontré la conjecture de W. Thurston dans le cas arithmétique, notamment toute variété hyperbolique de dimension 3 de volume fini ayant un groupe arithmétique possède un revêtement fini qui fibre sur le cercle. Comme c'était remarqué dans [3] si on démontre ce résultat cela impliquerait en utilisant notre méthode que tout réseau arithmétique en dimension $n > 3$ de type simple est non-cohérent. I. Agol a aussi remarque ce corollaire dans son preprint [2].

Remarque 0.4 (un progrès récent). — En utilisant la méthode de [3] nous avons récemment démontré qu'en toute dimension $n > 1$ il existe des réseaux non-uniformes et uniformes qui peuvent contenir des géodésiques fermées arbitrairement courtes. Ceci répond à une question de I. Agol [1] qui l'a démontré pour la dimension 4. En plus ces réseaux ne sont pas arithmétiques.

BIBLIOGRAPHIE

[1] I. Agol, *Systoles of Hyperbolic 4-manifolds,* Preprint 2006.

[2] I. Agol, *Criteria for Virtual Fibering,* Preprint 2007.

[3] M. Kapovich, L. Potyagailo and E. B. Vinberg, *Non-coherent Non-uniform Lattices in Hyperbolic Spaces*, Geometry & Topology, **14** (2008), pp. 101-117.

Leonid Potyagailo
UFR de Mathématiques
Université de Lille 1
59655 Villeneuve d'Ascq cedex (France)
potyag@math.univ-lille1.fr