JOURNÉES ÉQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES

DANIEL GOURDIN

Systèmes hyperboliques à caractéristiques de multiplicité variable

Journées Équations aux dérivées partielles (1978), p. 1-2

<http://www.numdam.org/item?id=JEDP_1978____A11_0>

© Journées Équations aux dérivées partielles, 1978, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journées Équations aux dérivées partielles » (http://www.math.sciences.univ-nantes.fr/edpa/) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/legal.php). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

SYSTEMES HYPERBOLIQUES A CARACTERISTIQUES DE MULTIPLICITE VARIABLE

par D. GOURDIN

Le point générique du fibré cotangent $T^*(\mathbb{R}^{n+1})$ étant désigné par $(x;\xi)$ avec $x = (x^o, x') \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n = \mathbb{R}^{n+1}$ et $\xi = (\xi_o, \xi') \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n = \mathbb{R}^{n+1}$, les opérateurs différentiels sur $\mathbb{R}^{n+1}$ hyperboliques par rapport au champ de covecteurs noté $\mathfrak{I} = (\mathfrak{I}_x)_{x \in \mathbb{R}^{n+1}}$ avec $\mathfrak{I}_x \in T^*_x(\mathbb{R}^{n+1}) = \mathbb{R}^{n+1}$ de composantes $\xi_o = 1$ et $\xi' = 0$, ont leurs racines caractéristiques $\xi_o = p_o^j(x;\xi')$ réelles $(1 \leq j \leq \tau)$. Dans le cas d'une équation hyperbolique par rapport à $\mathfrak{I}$, les racines $p_o^j(x;\xi')$ étant simples sauf deux d'entre elles p_o^1 et p_o^τ qui peuvent prendre des valeurs égales en certains points $(x;\xi')$ tels que $\xi' \neq 0$, en notant $\Delta_j(x;\xi) = \xi_o - p_o^j(x;\xi')$ $(1 \leq j \leq \tau)$, V. M. Petkov [1] et Y. Ohya [2] ont résolu le problème de Cauchy non caractéristique dans les espaces de Sobolev et dans C^∞ lorsque le polynôme sous-caractéristique $\mathcal{K}$ et la parenthèse de Poisson $\{\Delta_1, \Delta_\tau\}$ s'annulent sur :

$$\Sigma = \{(x;\xi) \; ; \; \xi_o = p_o^1(x;\xi') = p_o^\tau(x;\xi')\} \quad ;$$

Nishitani [3] a obtenu un résultat semblable en exhibant une condition où le rôle du sous-caractéristique et de la parenthèse de Poisson ne sont pas mis en évidence ; dans notre formulation cette condition s'exprime par l'annulation sur Σ de $\mathcal{K} - \frac{1}{2} \prod_{j=2}^{\tau-1} (\xi_o - p_o^j(x;\xi'))\{\Delta_1, \Delta_\tau\}$.

Dans notre travail [4], nous résolvons le problème de Cauchy non caractéristique dans les espaces de Sobolev et dans C^∞, pour un système hyperbolique dont deux racines caractéristiques p_o^1 et p_o^τ peuvent coïncider, sous une condition scalaire de la forme :

$$\mathcal{K} - C\{\Delta_1, \Delta_2\} \text{ ou } \mathcal{K} + C\{\Delta_1, \Delta_\tau\} \text{ nul sur } \Sigma ,$$

où $\mathcal{K}$ est un polynôme généralisant aux systèmes la notion de polynôme sous-caractéristique et $C = C(x;\xi)$ valant $\frac{1}{2} \prod_{j=2}^{\tau-1} (\xi_o - p_o^j(x,\xi'))$ dans le cas d'une seule équation ; notre condition est donc plus faible que celle de Nishitani et a fortiori plus faible que celles de Petkov et d'Ohya .

Remarquons que le passage d'une équation à un système introduit des complications non négligeables.

Références

[1] V. M. Petkov : Serdika, Journal bulgare de Mathématiques T1, 1975, p.372-380 .

[2] Y. Ohya : C. R. Acad. Sc. Paris t.282, série A, p.1433-1436 (1976).

[3] T. Nishitani : J. Maths Kyoto Univ. (JMKYAZ) 17-2 (1977) p.245-258.

[4] D. Gourdin : C. R. Acad. Sc. Paris, 17 avril 1978.